

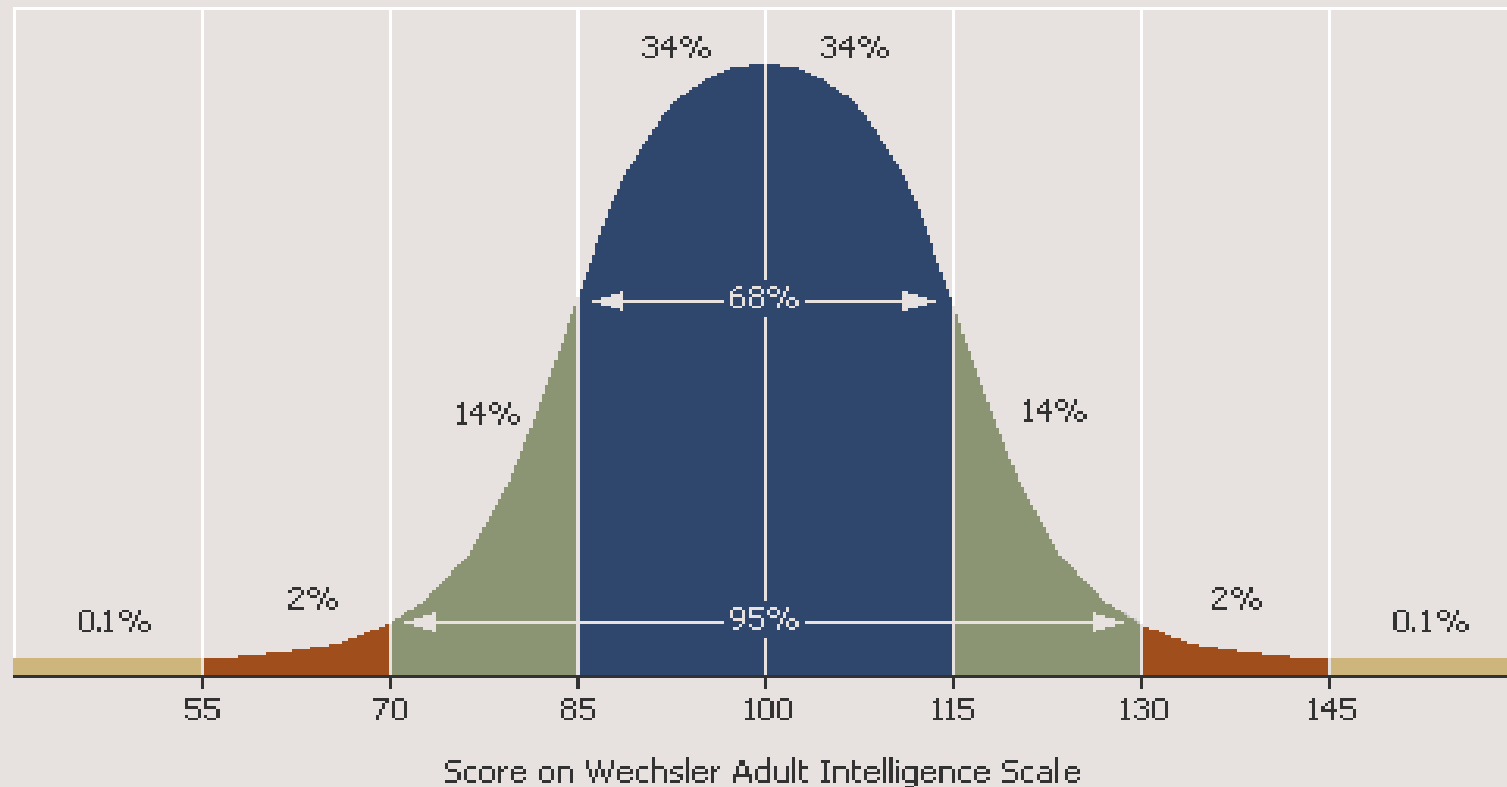
# Cursul 7 – Teste statistice

---

- Intervale de încredere
  - Testul Student
  - Testul ANOVA
  - Testul Fisher pentru dispersii
  - Teste neparametrice
-

# Curba Gauss

Number of scores



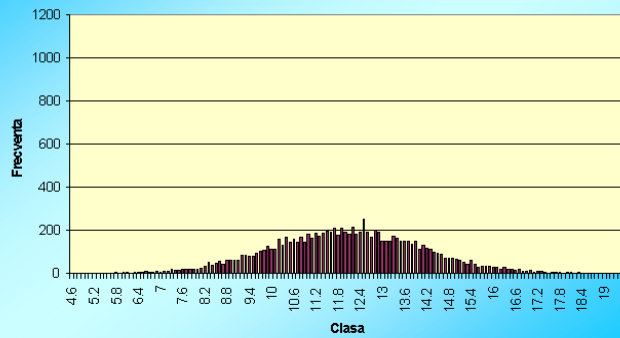
Media=100, Deviația standard=15

# Eșantion dintr-o populație normală

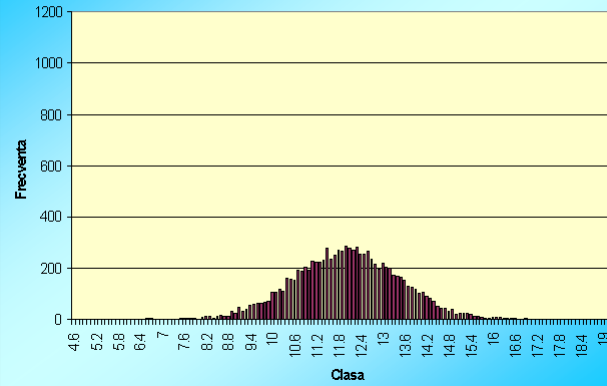
---

- În următoarele 9 imagini veți vedea:
    - În prima, distribuția unei populații Gauss
    - În a doua, distribuția mediilor calculate pe loturi de 2 indivizi
    - În continuare, distribuția mediilor calculate pe eșantioane de 3, 4, 9, 16, 25, 36, 100 de indivizi
-

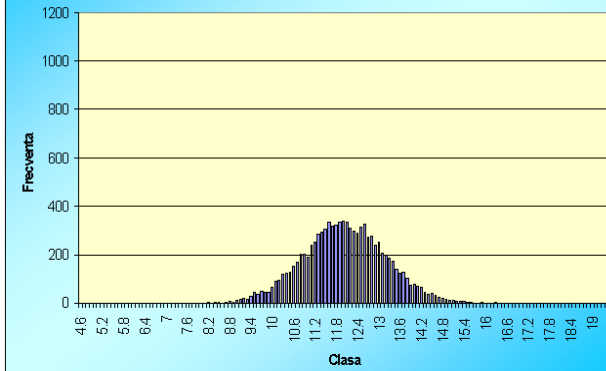
**Distributia unei populatii de 10000 indivizi cu media 12 si abaterea standard 2**



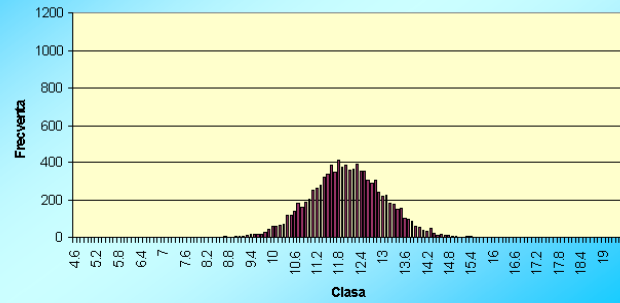
**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 2 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



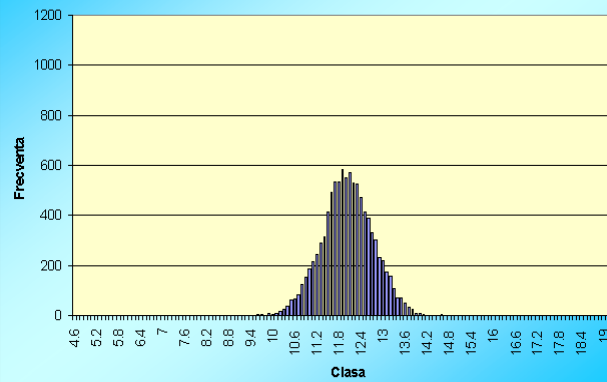
**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 3 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



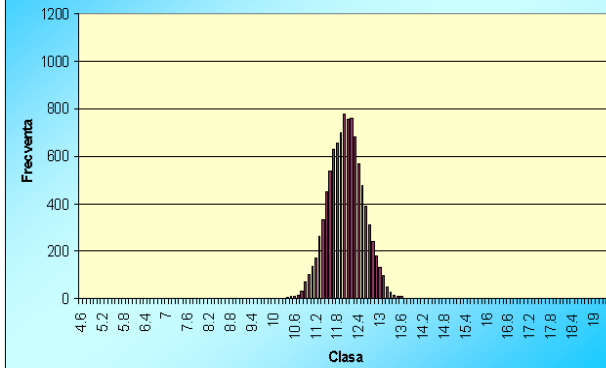
**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 4 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



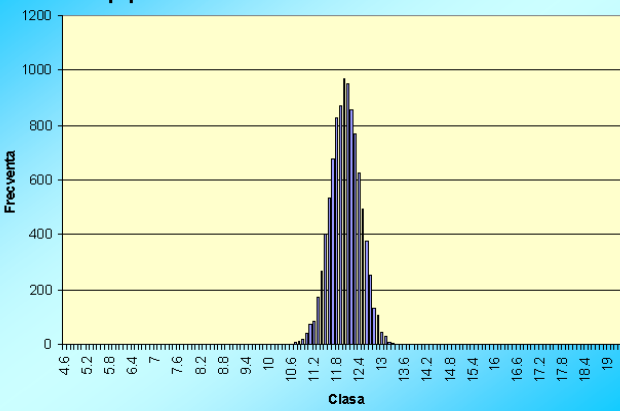
**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 9 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



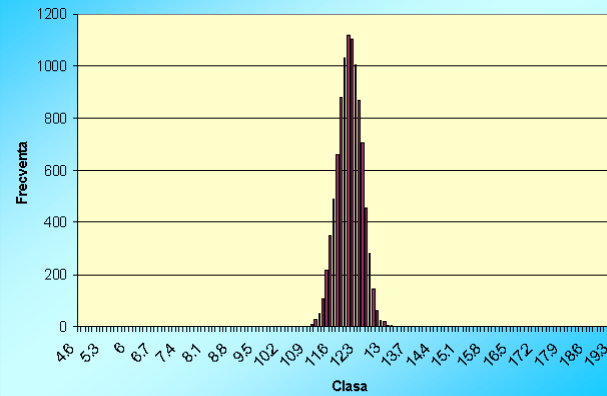
**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 16 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



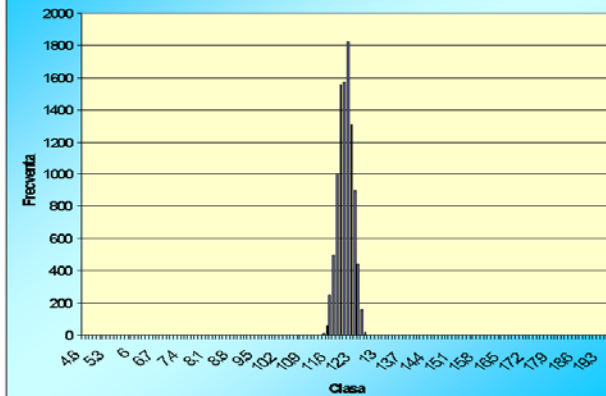
**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 25 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 36 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



**Distributia a 9600 medii de esantionare de volum 100 dintr-o populatie Gauss cu media 12 si abaterea standard 2**



# Concluzie:

---

- Media de eşantionare calculată pe un eşantion de volum  $n$  extras dintr-o populație distribuită Gauss are:
  - Distribuția Gauss
  - Media egală cu cea a populației de proveniență
  - Abaterea standard este abaterea populației de proveniență împărțită la radicalul lui  $n$  = Eroarea standard!

$$\text{Err} = \sigma / \sqrt{n}$$

---

# Interval de încredere - definiție

---

- Numim **interval de încredere pentru medie**, un interval de numere reale în care suntem aproape siguri că se află media reală, pe care o aproximăm.
  - Gradul de siguranță poate fi ales; de obicei este 95% sau 99%
-

# Interval de încredere

---

- Dacă avem o serie de valori și am obținut media de eșantionare  $\bar{X}$  și abaterea standard  $\sigma$ , atunci avem următoarea probabilitate furnizată de distribuția mediei de eșantionare:

$$P\left(\bar{X} - t_c \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + t_c \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \approx 0,95$$

---

# Exemplu de calcul: $I_{95\%}$

---

- ❑ Serie: Latențe pe nervul optic
- ❑ Medie: 112,2
- ❑ Abatere standard: 12,5
- ❑ Volum eșantion: 156
- ❑ Eroarea standard:
- ❑ În tabele:  $t_{95\%}^{155} = 1,96$
- ❑ Limitele sunt:

$$Err = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12,5}{\sqrt{156}} = \frac{12,5}{12,49} = 1$$

$$Inf = \bar{X} - t_{95\%}^{155} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 112,2 - 1,96 \cdot 1 = 110,24$$

$$Sup = \bar{X} + t_{95\%}^{155} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 112,2 + 1,96 \cdot 1 = 114,16$$

$$I_{95\%} = [110,24; 114,16]$$

---



# Ce este un test statistic?

---

- Este o **metodă de decizie** care ne ajută la **validarea sau invalidarea** cu un anumit grad de siguranță a unei **ipoteze statistice**
-

# Teste statistice

## Testele statistice verifică veridicitatea unor ipoteze - inferențe statistice

- ✓ ipoteza  $H_0$  (sau ipoteza de nul): datele nu prezintă legături între ele, sunt independente/valorile comparate nu diferă între ele
- ✓ ipoteza  $H_1$  (sau ipoteza alternativă): datele prezintă legături între ele, sunt dependente/valorile comparate diferă între ele

# Teste statistice

- Rezultatul  $p$  al testului, furnizat ca un număr între 0 și 1, reprezintă probabilitate de a face o eroare dacă respingem ipoteza  $H_0$ .
- Dacă  $p$  este mai mic decât pragul de semnificație  $\alpha$  ales – de obicei  $\alpha=0,05$  - respingem ipoteza  $H_0$  și admitem ca adevărată ipoteza  $H_1$ .
- **Interpretarea valorilor  $p$  se face la majoritatea testelor statistice** astfel:
  - $p < 0.05$ , legătura statistică este semnificativă (S, încredere 95%).
  - $p < 0.01$ , legătura statistică este semnificativă (S, încredere 99%).
  - $p < 0.001$ , legătura statistică este înalt semnificativă (HS, încredere 99.9%).
  - $p > 0.05$ , legătura statistică este nesemnificativă (NS).

# Testul t-Student clasic

---

- Testul de comparare a două medii când abaterile standard sunt egale (cazul eșantioanelor mici)
    1. Se aplică dacă măsurătorile efectuate la cele două eșantioane sunt **independente**
    2. Se aplică dacă eșantioanele provin din populații care sunt **normal distribuite** (lucru care trebuie verificat înainte de aplicarea testului)
    3. Se aplică dacă populațiile din care provin eșantioanele au **dispersii egale** (sau abateri standard, ceea ce este același lucru)
-

# Convenție

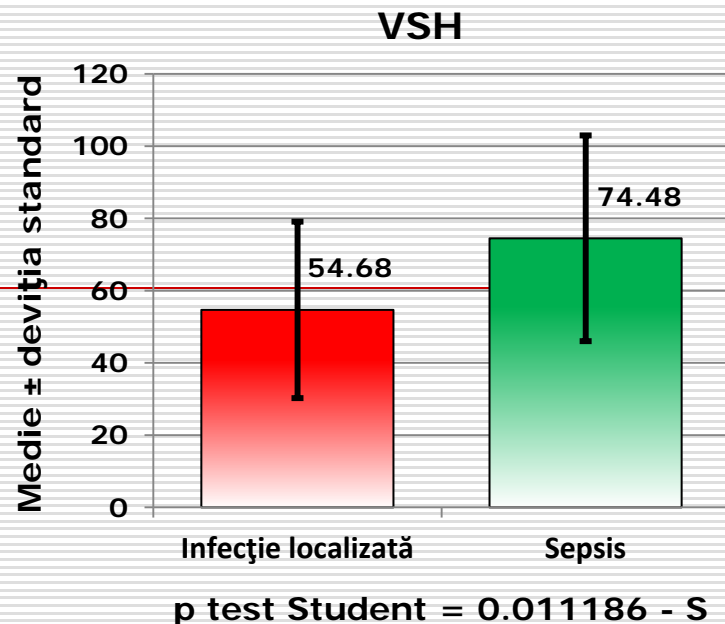
---

- Ipoteza că mediile populațiilor din care provin eșantioanele sunt egale o vom numi **ipoteza de nul** (notată totdeauna cu  $H_0$ ) -----  $H_0 : m_1 = m_2$
  - Ipoteza, sau ipotezele, care epuizează restul posibilităților le vom numi **ipoteze alternative** (notate totdeauna cu  $H_1, H_2$  etc.) -----  $H_1 : m_1 \neq m_2$
  - Dacă testul **respinge**  $H_0$ , vom spune că *datele suportă ipoteza că mediile populațiilor sunt diferite*
  - Dacă testul **nu respinge**  $H_0$ , vom spune că *datele nu susțin ipoteza că mediile populațiilor sunt diferite*
-

# Exemplu de calcul

Au fost analizați 25 de pacienți cu o infecție localizată și 25 cu sepsis, printre alte măsurători înregistrându-se și valoarea VSH.

Nr.pacient	Infecție localizată	Sepsis
1	25	55
2	20	88
3	110	53
4	45	30
5	50	72
6	50	52
7	72	91
8	53	70
9	30	110
10	50	123
11	27	56
12	35	31
13	85	100
14	22	70
15	78	44
16	65	70
17	85	90
18	85	123
19	55	85
20	25	72
21	50	75
22	85	50
23	75	85
24	40	107
25	50	110
<b>Media</b>	<b>54.68</b>	<b>76.48</b>
<b>Deviația standard</b>	24.42	26.55
<b>Dispersia</b>	596.56	704.84
<b>C.V. (%)</b>	44.67%	34.81%



t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances			
	Infecție localizată	Sepsis	EXPLICATII
Mean	54.68	76.48	MEDIA ESANTIOANELOR
Variance	596.56	704.84	DISPERSIA ESANTIOANELOR
Observations	25	25	VOLUMUL ESANTIOANELOR
Pooled Variance	650.70		DISPERSIA COMUNA
Hypothesized Mean Diff	0		DIFERENTA TESTATA
df	48		GRADE DE LIBERTATE: 25+25-2
t Stat	-3.02149		VALOAREA t CALCULATA
P(T<=t) one-tail	0.00201		
t Critical one-tail	1.67722		
P(T<=t) two-tail	0.00403		p - REZULTATUL TESTULUI
t Critical two-tail	2.01063		PRAGUL CRITIC AL LUI t (tc)

$p < 0,05$  - se respinge  $H_0$   
cu pragul de semnificație de 95%

# Analiza intervalelor de încredere

---

Parametru	Infecție localizată	Sepsis
Nr.pacienți	25	25
Media	<b>54.68</b>	<b>76.48</b>
Deviația standard	24.42	26.55
Eroarea standard	4.88	5.31
Valoare $t_{95\%}$ (df=24)	2.064	2.064
Nivel de eroare 95%	10.08	10.96
Limita inferioară	44.60	65.52
Limita superioară	64.76	87.44

Observăm că limita superioară a intervalului de încredere de 95% pentru media mai mică este sub limita superioară a intervalului de încredere de 95% pentru media mai mare.

În concluzie, cele două medii sunt diferite pentru nivelul de semnificație de 95% - ceea ce am demonstrat prin testul t Student.

---

# Testul t-Student - variante

---

- Testul t Student pentru eșantioane cu dispersii egale (exemplificat)
- Testul t Student pentru eșantioane cu dispersii diferite
- Testul t Student pentru eșantioane pereche

Diferă prin modul în care se calculează valoarea coeficientului t.

---



# Testul ANOVA

---

- Compară în același timp **mediile mai multor eșantioane**.
  - $H_0: m_1 = m_2 = m_3 = m_4$  (pentru 4 eșantioane)
  - $H_1$ : cel puțin două medii diferă semnificativ
  - Rezultatul este un număr  $p$  care se interpretează la fel ca la celelalte teste:
    - Dacă  $p > 0,05$  nu se respinge  $H_0$ , diferența este **nesemnificativă** la pragul de semnificație de 95%
    - Dacă  $p < 0,05$  se respinge  $H_0$  cu pragul de semnificație de 95%. **Cel puțin două medii diferă semnificativ**
    - Dacă  $p < 0,01$  se respinge  $H_0$  cu pragul de semnificație de 99%. **Cel puțin două medii diferă semnificativ**
    - Dacă  $p < 0,001$  se respinge  $H_0$  cu pragul de semnificație de 99,9%. **Cel puțin două medii diferă înalt semnificativ**
-

# Exemplu

---

- ❑ În trei comune ale județului Dolj au fost colectate date despre obiceiurile alimentare și legătura lor cu obezitatea și diabetul. Printre alte date s-au înregistrat greutatea indivizilor și date despre fumat
  - ❑ Indivizii, indiferent de sex sau grupă de vârstă, au fost împărțiți în patru categorii: nefumători, foști fumători, ușor fumători (sub 10 țigarete pe zi) și fumători (peste 10 țigarete pe zi)
  - ❑ O întrebare a fost aceea dacă există o legătură între obiceiul fumatului și greutatea corporală la acești indivizi.
  - ❑  $H_0$ : Indiferent dacă fumează sau nu, greutatea corporală este aceeași
  - ❑  $H_1$ : Cel puțin două categorii din cele 4 au greutăți corporale diferite
-



# Teste de comparare a dispersiilor

---

- Testul **Fischer** se utilizează pentru verificarea egalității dispersiilor a două variabile independente repartizate normal.
  - Ipoteza nulă este  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- Testul **Bartlett** este un test pentru verificarea egalității mai multor dispersii pentru mai multe variabile independente repartizate normal
  - Ipoteza nulă este  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$

---

**SUNT TESTE PARAMETRICE**

# Teste neparametrice

---

- Sunt teste care nu fac presupuneri legate de distribuția datelor.
  - Se aplică în orice condiții, dacă măsurătorile sunt independente
  - Se aplică atunci când nu putem aplica un test parametric
  - Sunt teste care au o acuratețe a rezultatului mai slabă decât a testelor parametrice și se aplică numai atunci când nu este posibilă aplicarea unui test parametric
-

# Teste neparametrice

---

Compararea datelor	Date nepereche	Date pereche
<b>2 eșantioane</b>	<b>Mann-Whitney</b>	<b>Wilcoxon</b>
<b>mai multe eșantioane</b>	<b>Kruskal-Wallis</b>	<b>Friedman</b>
<b>Compararea dispersiilor</b>	<b>Levene</b>	

---

# Teste neparametrice

□ Compară mai degrabă medianele decât mediile eșantioanelor

---

- Datele din toate grupurile, separat sau puse împreună, sunt aranjate descrescător.
  - Cel mai mic număr are rangul 1; cel mai mare număr are rangul  $N$ , unde  $N$  este numărul total de valori.
  - Dacă două sau mai multe valori sunt egale, atunci li se atribuie ca rang valoarea medie a pozițiilor ocupate de ele.
  - Se face suma rangurilor pentru fiecare grup comparat și se calculează media rangurilor.
  - În cazul în care mediile rangurilor pentru grupurile comparate și, implicit, valorile initiale, sunt foarte diferite, valoarea  $p$  obținută în urma testului va fi mică.
-